

	<i>A</i>	<i>E<sub>a</sub></i>	<i>E<sub>b</sub></i>
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>E<sub>a</sub></i>	<i>E<sub>b</sub></i>
<i>E<sub>a</sub></i>	<i>E<sub>a</sub></i>	<i>E<sub>b</sub></i>	<i>A</i>
<i>E<sub>b</sub></i>	<i>E<sub>b</sub></i>	<i>A</i>	<i>E<sub>a</sub></i>

Tab. 9. Multiplikationstafel der Spezies von Gruppe  $C_3$ .

funktionen (einschließlich Spinanteil) auftreten. Für die verschiedenen Spezies des Torsionsgrundzustandes erhält man unabhängig vom Rotationszustand das Verhältnis der Spingewichte, wobei die korrelierten Spezies der Gruppe 18 zur Bezeichnung der Torsionsspezies verwendet werden:

$$A : E_a : E_\beta : E_\gamma : E_\delta = 16 : 8 : 8 : 16 : 16.$$

Bei höherem Potential  $V$  verschmelzen, wie gezeigt, die Spezies  $E_a$  und  $E_\beta$ , also:

$$A : (E_a + E_\beta) : E_\gamma : E_\delta = 16 : 16 : 16 : 16.$$

Die Rotationslinien, aufgespalten in Quintetts oder Quartetts, müssen die gleichen Intensitätsverhältnisse ihrer Komponenten zeigen.

Ist der Unterschied zwischen  $F_1$  und  $F_2$  nicht groß genug, so werden bei niedrigem Potential  $V$  Quartetts

$$A : E_a : E_\beta : (E_\gamma + E_\delta) = 16 : 8 : 8 : 32,$$

bei höherem Potential  $V$  Triplets

$$A : (E_a + E_\beta) : (E_\gamma : E_\delta) = 16 : 16 : 32$$

auftreten. Den Fall der hier vorliegenden Symmetrie hat MYERS<sup>16</sup> im Zusammenhang mit der Drehlage der Methylgruppen beim  $(\text{CH}_3)_2\text{O}$  diskutiert. Bei ihm ist es die spezielle Drehlage der Methylgruppen, welche dem Molekül eine  $C_s$  ( $\equiv C_{1v}$ )-Konfigurationsymmetrie gibt; in unserem Fall ist die einfache  $C^{13}$ -Substitution die Ursache, daß die H-Atome der beiden Methylgruppen nicht mehr gegenseitig ausgetauscht werden können.

## Schluß

Die vorangehenden Betrachtungen gelten selbstverständlich für alle Moleküle mit zwei drehbaren Gruppen, bei denen durch einfache Isotopensubstitution die  $C_{2v}$ - oder  $C_2$ -Konfigurationssymmetrie auf  $C_{1v}$  oder  $C_1$  erniedrigt wurde. Liegen deuterierte Verbindungen vor oder bewirken Operationen der Gruppe  $C_3^{(1)} \times C_3^{(2)}$  einen zusätzlichen Austausch von Atomen mit Kernspin  $\geq 1/2$ , so sind die Betrachtungen über die Spingewichte zu modifizieren. Die Betrachtungen lassen sich auch auf höhere Torsionszustände ausdehnen.

Herrn Dr. H. D. RUDOLPH und Herrn Prof. Dr. W. MAIER danke ich für viele Diskussionen, Herrn Prof. Dr. R. MECKE für das Interesse und die Förderung meiner Arbeit und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für ein mehrjähriges Stipendium.

<sup>16</sup> R. J. MYERS, private Mitteilung.

# Hydrodynamische Stoßwellen am linearen Pinch

Von W. KÖPPENDÖRFER \*

Aus dem Laboratorium für Technische Physik der Technischen Hochschule München  
(Z. Naturforschg. 16 a, 484—491 [1961]; eingegangen am 6. Februar 1961)

The purpose of the experiments was to achieve hydromagnetic shockwaves on a linear pinch collapse. To approach the hydromagnetic two-fluid model a strong pre-ionization was used. If the conductivity of the plasma is high and the gas fully ionized, the mass density must be proportional to the stabilizing field within the current sheet. By this way the structure of shockwaves could be obtained from magnetic field measurements.

In letzter Zeit wurde schnellen Plasmakompressionen erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt, weil man hofft, dadurch auf hohe Temperaturen zu kommen, bevor Instabilitäten oder unerwartete Diffusionsprozesse das Plasma der Kontrolle entziehen. Die Kompression durch Stoßwellen wird dabei als wirkungs voller Aufheizmechanismus angesehen. Im allgemei-

nen handelt es sich um hydromagnetische Stoßwellen, da den Plasmen fast durchweg Magnetfelder — z. B. zur Stabilisierung — überlagert sind. In der vorliegenden Arbeit wurden hydromagnetische Stoßwellen an einer stabilisierten, linearen Pinch-Entladung experimentell untersucht.

In der Regel wird eine Pinch-Entladung nur schwach oder überhaupt nicht vorionisiert, so daß

\* Dissertation an der Technischen Hochschule München.



die erste Kompression in einem Dreikomponentengas von Ionen, Elektronen und Neutralteilchen erfolgt. In diesem Fall wird sowohl eine theoretische Diskussion der physikalischen Vorgänge als auch der experimentelle Nachweis von Stoßwellen sehr schwierig, insbesondere, weil kein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Magnetfeld im Plasma und der Teilchendichte besteht. Wesentlich durchsichtiger werden die Verhältnisse, wenn vor der Entladung das Gas möglichst vollständig ionisiert wird. Dann nämlich kann mit einem Zweikomponentengas von Ionen und Elektronen gerechnet werden.

Die grundsätzlichen, physikalischen Vorgänge lassen sich an einem ebenen Modell diskutieren, wie es von HUGONIOT<sup>1</sup> für die Hydrodynamik behandelt wurde. Sämtliche Geschwindigkeiten haben nur eine Komponente – z. B. in  $x$ -Richtung – und die gasdynamischen Zustandsgrößen sind Funktionen der Geschwindigkeit. Die HUGONIOT-Gleichungen ergeben sich aus einfachen Überlegungen: der Massen-, Impuls- und Energiefluß müssen durch die Stoßfront konstant sein. In diesem Modell werden Viskosität und Wärmeleitung vernachlässigt, d. h. die Lösungen beschreiben den Zustand weit vor und weit hinter der Stoßfront. Eine Stoßwelle tritt immer dann auf, wenn die Kompressionsgeschwindigkeit in einem Gas, das ist die Teilchengeschwindigkeit im Gebiet, das die Kompressionswelle bereits überstrichen hat, größer als die Schallgeschwindigkeit im ungestörten Gebiet ist. Die HUGONIOT-Gleichungen lassen sich leicht auf den hydromagnetischen Fall übertragen<sup>2</sup>, insbesondere wenn wie im folgenden nur eine Magnetfeldkomponente senkrecht zur Geschwindigkeit vorhanden ist. Voraussetzung ist ein vollionisiertes, quasineutrales Plasma, da dann zwischen Teilchendichte und Ladungsträgerdichte kein Unterschied gemacht zu werden braucht. Man muß nur in den HUGONIOTSchen Erhaltungssätzen beim gaskinetischen Druck den magnetischen Druck  $B^2/8\pi$  und bei der inneren Energie  $B^2/8\pi\rho$  berücksichtigen, wobei  $B$  das Magnetfeld und  $\rho$  die Dichte sind. Außer der kalorischen Zustandsgleichung wird eine weitere Gleichung für das unbekannte Magnetfeld hinter der Stoßfront nötig. Im stationären, ebenen Fall, wenn nur eine Magnetfeldkomponente senkrecht zur Geschwindigkeit vorhanden ist, nimmt der Erhaltungs-

satz des magnetischen Flusses eine besonders einfache Form an: Das Produkt aus Geschwindigkeit und Magnetfeld ist konstant. Mit der Erhaltung des Massenflusses folgt dann sofort, daß Dichte und Magnetfeld proportional sind.

Die Lösungen der erweiterten HUGONIOT-Gleichungen stimmen im wesentlichen mit den Lösungen der reinen Hydromechanik überein und gehen für den Fall des sogenannten starken Stoßes ineinander über. Der entscheidende Unterschied zum hydrodynamischen Fall besteht darin, daß jetzt nicht mehr die Schallgeschwindigkeit die kritische Geschwindigkeit ist, sondern die Ausbreitungsgeschwindigkeit hydrodynamischer Wellen senkrecht zum Magnetfeld. Das ist die Wurzel aus der Quadratsumme von Schall- und ALFVÉN-Geschwindigkeit:  $c^* = \sqrt{c_S^2 + c_A^2}$  mit  $c_S^2 = \gamma(p/\rho)$  und  $c_A^2 = B^2/4\pi\rho$ , wenn  $p$  den gaskinetischen Druck bedeutet. Stoßwellen treten also erst auf, wenn die Kompressionsgeschwindigkeit  $v_K$  größer als die kritische Geschwindigkeit  $c^*$  ist. Der Grenzfall des „starken Stoßes“ ist definiert durch  $v_K \gg c^*$ . Die MACH-Zahl  $M^*$  wird durch das Verhältnis von Kompressions- und kritischer Geschwindigkeit definiert  $M^* = v_K/c^*$ . Im einzelnen ergibt sich für den „starken Stoß“:

$$v_S = \frac{\gamma+1}{2} v_K, \quad \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad (1), \quad (2)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{20}{9} M^{*2}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{9} M^{*2}. \quad (3), \quad (4)$$

$v_S$  ist die Geschwindigkeit der Stoßfront, der Index 1 bezieht sich auf den Zustand weit vor und der Index 2 auf den Zustand weit nach der Stoßfront.  $\gamma$  ist das Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen. Über die Struktur und die Dicke der Stoßfront geben die HUGONIOT-Gleichungen keine Auskunft. Aussagen darüber sind nur unter Berücksichtigung der Viskosität, der Wärmeleitung und – im hydromagnetischen Fall – der elektrischen Leitfähigkeit möglich. Arbeiten von BECKER, MARSHALL und SEN<sup>3–5</sup> ergeben einige mittlere, freie Weglängen der Teilchen für die Stoßfrontdicke. Rechnungen von ROSE und GRAD<sup>6</sup>, die auf die LAMOR-Radien als charakteristische Längen hinauslaufen, ließen sich bisher nicht stützen.

<sup>1</sup> H. HUGONIOT, J. l'Ecole Polytech., Paris, Heft 57 [1887] und 58 [1889].

<sup>2</sup> R. LÜST, Fortschr. Physik 7 (Heft 9), 503 [1959].

<sup>3</sup> R. BECKER, Z. Phys. 8, 321 [1922].

<sup>4</sup> W. MARSHALL, Proc. Roy. Soc., Lond. A 233, 267 [1955].

<sup>5</sup> H. K. SEN, Phys. Rev. 102, 5 [1956].

<sup>6</sup> M. H. ROSE u. H. GRAD, Bull. Amer. Phys. Soc. 3, 1, 18 [1956].

### Die Verhältnisse beim linearen Pinch

Aus dieser knappen Beschreibung ebener Stoßwellen kann man bereits erkennen, wie man ein Experiment einrichten muß, mit dem man hydromagnetische Stoßwellen erzeugen will. Die notwendigen Bedingungen sind folgende:

1. Die Dichte muß hoch genug sein, damit die freie Wellenlänge der Ionen und Elektronen klein gegen die Ausdehnung des Plasmas ist, da die Dicke der Stoßfront einige freie Weglängen beträgt.
2. Die Kompressionsgeschwindigkeit des Plasmas muß größer als die Ausbreitungsgeschwindigkeit von ALFVÉN-Wellen sein.
3. Das Gas soll bereits zu Beginn der Kompression vollionisiert sein, damit Teilchendichte und Ladungsträgerdichte als identisch angesehen werden können.

Für eine Pinch-Entladung ergibt sich aus der ersten Forderung eine Teilchendichte von mindestens  $10^{15}$  Ionen/cm<sup>3</sup>. Die zweite Bedingung fordert einen möglichst induktionsarmen Entladekreis, damit ein hoher Stromanstieg für eine schnelle Kompression des Plasmas sorgt. Außerdem darf das Stabilisierungsfeld nicht beliebig hoch gewählt werden, weil sonst die kritische Geschwindigkeit  $c^*$  größer als die Kompressionsgeschwindigkeit wird. Die dritte Bedingung fordert eine wirksame Vorionisierung.

Die Kompression bei einer Pinch-Entladung ist weder eben noch stationär, d. h. die Lösungen der HUGONIOT-Gleichungen sind quantitativ nicht mehr anwendbar. Qualitativ kann man sagen, daß die Stoßwellengeschwindigkeit bei konstanter Kompressionsgeschwindigkeit zunehmen muß, weil mit kleiner werdendem Radius die Energie und der Impuls auf immer weniger Teilchen übertragen wird. Bei guter Leitfähigkeit des Plasmas kann man auf einfache Weise zeigen, daß auch bei einer linearen Pinch-Kompression die Dichte und das axiale Magnetfeld  $B_z$  im Plasma einander proportional sind. Zu Beginn der Entladung ist dem Plasma das Stabilisierungsfeld  $B_{z0}$  überlagert. Während der Kompression wird das  $B_{z0}$ -Feld mitkomprimiert, da wegen der guten Leitfähigkeit das Feld nicht durch die Plasmaoberfläche dringen kann. Andererseits wird auch das azimutale Feld nicht nennenswert ins Plasma eindringen. In differentieller Form läßt sich die Flußerhaltung so formulieren:

$$\partial \mathcal{B} / \partial t = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathcal{B}). \quad (5)$$

Da das Magnetfeld  $B_z$  innerhalb des Plasmas nur

eine axiale – Richtung der  $z$ -Achse – Komponente hat und  $v$  nur eine radiale Komponente, wird Gl.(5)

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} + v \frac{\partial B_z}{\partial r} + B_z \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0.$$

Im Plasma muß außerdem die Masse erhalten bleiben:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \text{div}(\varrho \mathbf{v}) = 0 \quad (6)$$

und in Komponenten:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + v \frac{\partial \varrho}{\partial r} + \varrho \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0.$$

Die Elimination des Ausdrucks  $\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}$  liefert:

$$\frac{1}{B_z} \left( \frac{\partial B_z}{\partial t} + v \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{\varrho} \left( \frac{\partial \varrho}{\partial t} + v \frac{\partial \varrho}{\partial r} \right) = 0$$

oder  $\frac{1}{B_z} \frac{dB_z}{dt} = \frac{1}{\varrho} \frac{d\varrho}{dt}. \quad (7)$

Die letzte Gleichung läßt sich sofort integrieren und man erhält:

$$B_z = \text{const} \cdot \varrho.$$

Also sind Dichte und Magnetfeld bei geeigneter Komponentenwahl auch bei instationären Vorgängen proportional, wenn nur die Leitfähigkeit genügend hoch ist. Die Kenntnis des Magnetfeldverlaufs liefert damit direkt den Dichteverlauf und, wenn Stoßwellen auftreten, die Struktur und Bewegung der Stoßfront.

Durch kleine Induktionsspulen als Sonden kann das Magnetfeld in Abhängigkeit der Zeit bei verschiedenen Radien in relativ einfacher Weise gemessen werden. Bei guter Reproduzierbarkeit der Entladungen wird dann der Feldverlauf zu diskreten Zeiten über dem Radius ermittelt. Wenn die Kompression durch Stoßwellen erfolgt, dann muß der Magnetfeldverlauf etwa folgende Gestalt haben: Innerhalb der Stoßfront, z. B. innerhalb des Radius  $r_s$ , befindet sich noch ungestörtes Plasma mit dem ursprünglichen Stabilisierungsfeld  $B_{z0}$ . Mit größerem Radius steigt das Feld an, erreicht ein Maximum und fällt am äußeren Plasmarand in der stromführenden  $j_z$ -Schicht ab. Die Messung dieser Struktur zu verschiedenen Zeitpunkten muß die Bewegung der Stoßfront liefern. Wenn keine Stoßwellen auftreten, d. h. wenn adiabatische Kompression vorliegt, dann müssen Dichte und Magnetfeld im Plasma homogen sein.

## Die Meßergebnisse

Sämtliche Meßergebnisse wurden an einer linearen Pinch-Batterie mit folgenden Daten ausgeführt:

Gesamtkapazität	$c = 30 \mu\text{F}$ ,
Ladespannung	$U_0 = 32 \text{ kV}$ ,
Anfangsinduktivität	$L_0 = 9 \cdot 10^{-8} \text{ Hy}$ ,
Energieinhalt	$E_0 = 15,4 \text{ KJoule}$ ,
Länge des Entladungsgefäßes	$l = 50 \text{ cm}$ ,
Radius (innen)	$r_0 = 10 \text{ cm}$ ,
Dauer der ersten Halbwelle	$T/2 = 6 \mu\text{sec}$ ,
Maximaler Strom	$I_{\max} = 250 - 300 \text{ kA}$ ,
Stabilisierungsfeld von	$B_{z0} = 0 \text{ bis } B_{z0} = 1300 \text{ T}$ einstellbar.

In das Entladungsgefäß konnten bis zu vier Sonden eingeführt und radial verschoben werden. Die Sonden spulen hatten 25 bis 40 Windungen und einen Durchmesser von 0,8 mm. Der Durchmesser des Quarzrohres um die Sonde war 2,6 bis 3 mm. Die Signale wurden mit einem RC-Glied integriert. Das Verhalten des Sondenkreises wurde mit einem Meßsender bis zu 20 MHz sorgfältig geprüft. Außer den Magnetfeldern  $B_z$  und  $B_\varphi$  wurden die Spannung und das  $dI/dt$  bzw. der Strom  $I$  gemessen.

Die Messungen ohne oder mit nur schwacher Vorionisierung zeigten durchweg eine adiabatische Kompression des axialen Feldes, d. h. innerhalb des Plasmazynders war das  $B_z$ -Feld homogen. Der typische Feldverlauf ist in Abb. 1 bis kurz nach der ersten Kompression gezeigt, die nach 1,8  $\mu\text{sec}$  erfolgt. Diese Ergebnisse decken sich mit denen anderer Autoren<sup>7</sup>. Auf eine Auswertung der Kurven wird hier nicht eingegangen, da darüber ebenfalls von anderer Seite berichtet wurde<sup>8</sup>. Die adiabatische Kompression des  $B_z$ -Feldes lässt sich auch leicht durch Vergleich der Sondensignale zeigen, die ja das Feld in Abhängigkeit der Zeit an einem Ort wiedergeben. Der Feldanstieg ist bei jedem Radius  $r$  derselbe, nur steigt bei kleineren Radien das Feld noch weiter an, während es weiter außen bereits wieder abnimmt, weil die stromführende Schicht die Sonde bereits überstrichen hat und sie sich nun außerhalb des Plasmas befindet. Abb. 2 zeigt den Vergleich der Sondensignale bei verschiedenen Radien, wenn adiabatische Kompression vorliegt. Ohne Vorionisierung wurde in einem weiten Druckbereich von  $p_0 = 10^{-2} \text{ Torr}$  bis  $p_0 = 1,2 \cdot 10^{-1} \text{ Torr}$  in Deuterium grundsätzlich eine adiabatische Feldkompression gefunden.

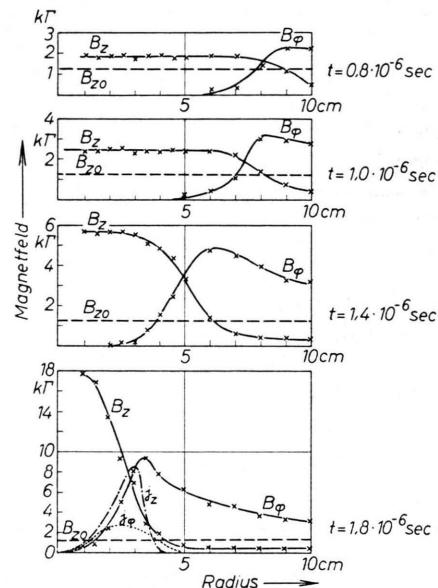


Abb. 1. Radialer Magnetfeldverlauf zu verschiedenen Zeiten, bei einer Entladung ohne Vorionisierung.

Aus dem Magnetfeldverlauf ergaben sich also keine Anhaltspunkte für eine Kompression durch Stoßwellen. Deshalb wurde eine Reihe von Messungen mit relativ starker Vorionisierung gemacht. Eine starke Vorionisierung hat Nachteile. Sie schlägt Verunreinigungen – schwere Atome – aus der Gefäßwand, die den weiteren Entladungsverlauf ungemein beeinflussen. Die Vorionisierung kann deshalb nicht beliebig energiereich gemacht werden. Sie darf sich auch nicht über beliebig lange Zeiten erstrecken. Andererseits darf sie nicht zu schnell erfolgen, da dann wegen des Skineffektes nur in Wandnähe ionisiert wird. Nach mehreren Versuchen, in kurzer Zeit möglichst das ganze Volumen zu ionisieren, wurde eine Vorentladung mit einer kleinen Batterie als einfache

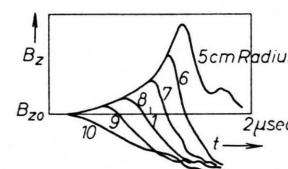


Abb. 2. Zeitlicher Verlauf des axialen Feldes  $B_z$  bei verschiedenen Radien, gemessen an einer Entladung ohne Vorionisierung.

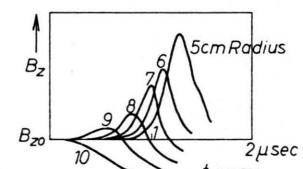


Abb. 3. Zeitlicher Verlauf des  $B_z$ -Feldes bei verschiedenen Radien, bei einer Entladung mit starker Vorionisierung.

<sup>7</sup> L. C. BURKHARD u. R. H. LOOBURG, Genfer Berichte 1958, Vol. 32, S. 29.

<sup>8</sup> H. FÖRSTER u. J. SCHLÜTER, Ionization Phenomena in Gases, 4. Int. Konferenz, Uppsala, 2, 867 [1959].

und zweckmäßige Vorionisierung gewählt. Die Daten dieser Batterie waren:

Kapazität	$c = 1,4 \mu\text{F}$ ,
Ladespannung	$U_0 = 32 \text{ kV}$ ,
Energieinhalt	$E_0 = 720 \text{ Joule}$ ,
Max. Entladestrom	$I_{\max} = 12 \text{ kA}$ ,
Periode der Entladung	$T = 12 \mu\text{sec}$ .

Die Hauptentladung wurde 12 bis 13  $\mu\text{sec}$  nach Zündung der Vorentladung gezündet. Die Energie, die als Joulesche Wärme bei der Vorentladung ins Plasma ging, war beim höchsten Fülldruck etwa 110 Joule. Um das Deuterium bei diesem Druck vollständig zu dissoziieren und zu ionisieren, ist knapp die doppelte Energie nötig.

Mit dieser Vorionisierung änderte sich der Entladungsablauf deutlich gegenüber Entladungen in Neutralgas. Das zeigt bereits der zeitliche Verlauf des  $B_z$ -Feldes bei verschiedenen Radien (Abb. 3). Die Kurven lassen erkennen, daß das  $B_z$ -Feld in Achsen Nähe später komprimiert wird als weiter außen, wie man es ja bei einer Kompression durch Stoßwellen auch erwartet. Da die Stärke dieser Stoßwellen über die kritische Geschwindigkeit  $c^*$  von der ALFVÉN-Geschwindigkeit  $c_A$  abhängen muß, diese aber leicht durch das Stabilisierungsfeld  $B_{z0}$  und die Ladungsträgerdichte  $\varrho$  variiert werden kann, war es sinnvoll, Messungen bei verschiedenen Stabilisierungsfeldern zu machen. Die folgenden Abbildungen zeigen Auswertungen dieser Messungen. Das  $B_z$ -Feld und das  $B_\varphi$ -Feld sind über dem Radius zu verschiedenen Zeitpunkten während der Kompression aufgetragen. Spätere Zeitpunkte sind nicht gezeigt, da sich die Felder nur unwesentlich von Entladungen ohne Vorionisierung unterscheiden.

Die Abb. 4 zeigt den Feldverlauf bei einer Anfangsdichte von  $n_0 = 5 \cdot 10^{15} \text{ D-Atome pro cm}^3$  und einem Stabilisierungsfeld von  $B_{z0} = 1320 \Gamma$ . Der Ionisierungsgrad war etwa 50%. Man erkennt während der Kompression vor dem Maximum des  $B_\varphi$ -Feldes, der etwa die stromführende  $j_z$ -Schicht, also den Plasmarand, wiedergibt, ein höheres  $B_z$ -Feld als bei kleineren Radien. Abb. 5 zeigt eine Entladung bei derselben Dichte, beim selben Ionisierungsgrad aber dem niedrigeren Stabilisierungsfeld  $B_{z0} = 880 \Gamma$ . Grundsätzlich zeigt sich derselbe Magnetfeldverlauf wie in Abb. 4. Die Geschwindigkeit, mit der das Maximum des azimutalen Feldes zur Achse wandert, entspricht der Kompressionsgeschwindigkeit. Der Abfall des azimutalen Feldes nach außen geht

nicht mit  $1/r$ , d. h. es fließen auch Ströme außerhalb des Plasmas. Ohne Vorionisierung fällt das  $B_\varphi$ -Feld immer mit  $1/r$  ab.

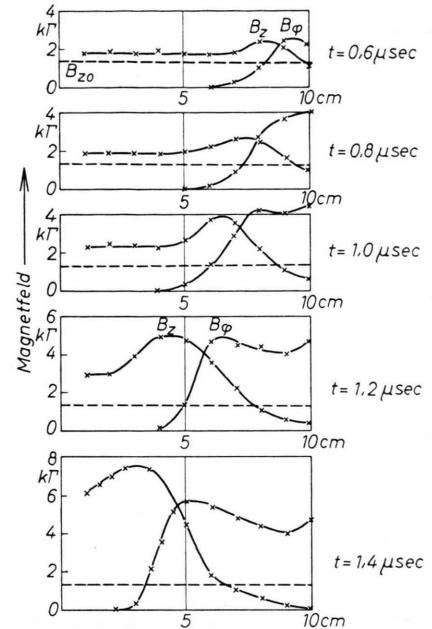


Abb. 4. Radialer Magnetfeldverlauf bei gut vorionisierter Entladung bei  $B_{z0} = 1320 \Gamma$  und  $n_0 = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

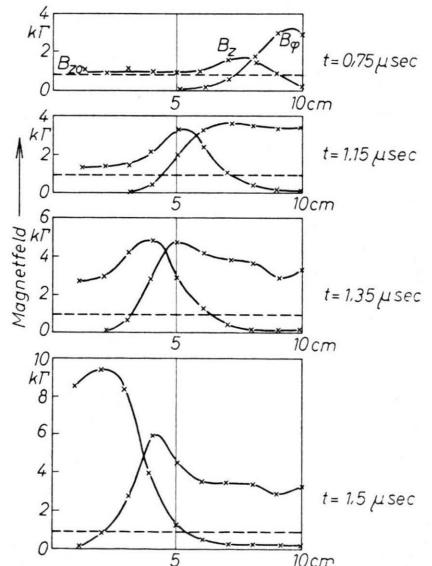


Abb. 5. Radialer Magnetfeldverlauf bei guter Vorionisierung,  $B_{z0} = 880 \Gamma$  und  $n_0 = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

Abb. 6 zeigt eine Entladung, bei der alle Anfangswerte dieselben als bisher sind mit Ausnahme des Stabilisierungsfeldes, das auf  $B_{z0} = 440 \Gamma$  erniedrigt

wurde. Hier erscheint im  $B_z$ -Feld eine ausgeprägtere Stoßfront. Bei geringerem Anfangsfeld muß auch die ALFVÉN-Geschwindigkeit geringer als bei höheren Feldern sein, da sie dem  $B_{z0}$ -Feld proportional ist. Daraus folgt, daß die Stärke des Stoßes, die durch die MACH-Zahl gegeben ist, bei niedrigen Feldern höher sein muß, wenn sich die Kompressionsgeschwindigkeit nicht wesentlich ändert.

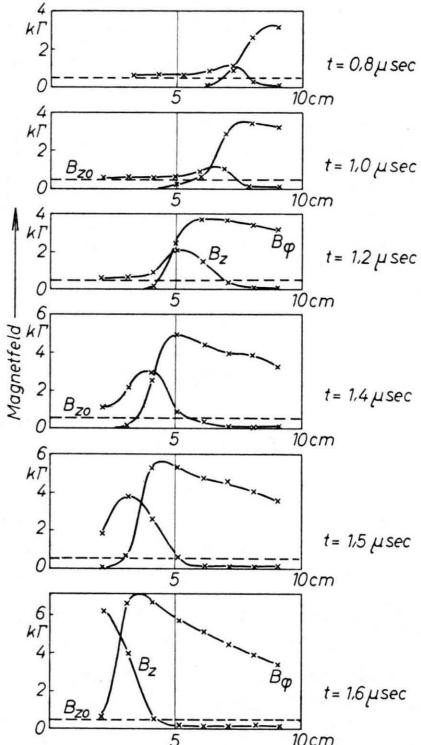


Abb. 6. Radialer Magnetfeldverlauf bei guter Vorionisierung,  $B_{z0}=440 \text{ T}$  und  $n_0=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

Schließlich müssen sich die Stoßwellen auch zum Verschwinden bringen lassen, wenn man die ALFVÉN-Geschwindigkeit größer als die Kompressionsgeschwindigkeit wählt. Das Stabilisierungsfeld konnte aber nicht über  $1320 \text{ T}$  gesteigert werden. Deshalb wurde die Dichte verringert. Der Feldverlauf in Abb. 7 bei  $B_{z0}=1320 \text{ T}$  und  $n_0=1,9 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  zeigt zwar noch zu Beginn der Kompression eine Stoßwelle, die sich aber nach  $1,2 \mu\text{sec}$  ausglättet. Da die Dichte nicht weiter erniedrigt werden konnte, da die Zündung der Vorentladung stark zu streuen begann, wurde die Vorionisierung gedämpft. Damit verschwand jede Stoßwellenstruktur im  $B_z$ -Feld und der Entladungsablauf entsprach dem in Abb. 1 gezeigten.

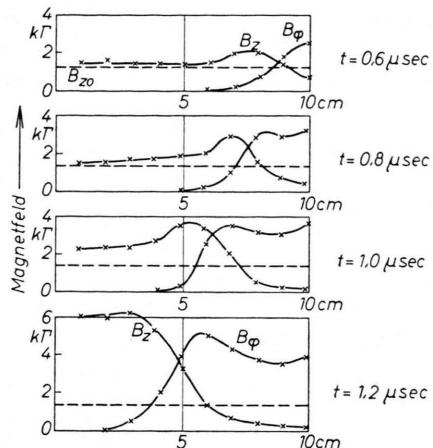


Abb. 7. Radialer Feldverlauf bei geringer Anfangsdichte  $n_0=1,9 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  und  $B_{z0}=1320 \text{ T}$  mit guter Vorionisierung.

Um die Bewegung des treibenden Kolbens zu erfassen, wäre es vernünftig, das Maximum des  $B_\varphi(r)$ -Feldes zu verfolgen, da es etwa der maximalen treibenden Kraft entspricht. Da aber die Auswertung dann unsicher ist, weil seine genaue Lage schwer zu verfolgen ist, wurde den Sondensignalen bei den verschiedenen Radien die Zeitpunkte entnommen, zu denen das  $B_\varphi$ -Feld merklich zu steigen beginnt. Die Bewegung der Stoßfront wurde dann in ähnlicher Weise dem Anstieg des axialen Feldes entnommen. Die so ermittelten Bewegungskurven von Stoßfront und Kolben bei den Stabilisierungsfeldern  $B_{z0}=1320, 380$  und  $440 \text{ T}$  und der Anfangsdichte  $n_0=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  sind in Abb. 8 zu sehen. Die Kolbengeschwindigkeit ist bei allen Stabilisierungsfeldern im Rahmen der Genauigkeit der Auswertung gleich. Deutlich unterscheiden sich dabei die Geschwindig-

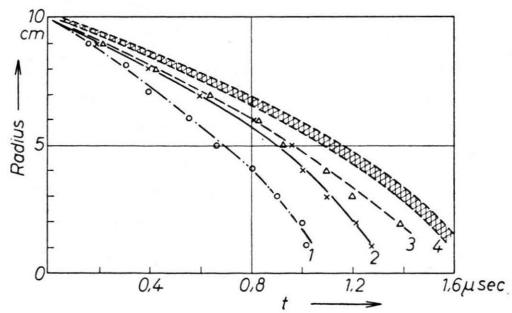


Abb. 8. Vergleich der radialen Bewegung von Stoßfront und Kolben bei  $n_0=5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .  $r(t)$  der Stoßfront bei  $B_{z0}=1320 \text{ T}$  (Kurve 1),  $880 \text{ T}$  (Kurve 2),  $440 \text{ T}$  (Kurve 3);  $r(t)$  des Kolbens (Kurve 4) für  $B_{z0}=1320 \text{ T}$ ,  $880 \text{ T}$ ,  $440 \text{ T}$ .

keiten der Stoßfronten. Um einen Begriff der Größe der Geschwindigkeiten zu geben, wurden sie den Messungen 0,9  $\mu\text{sec}$  nach Beginn der Entladung entnommen:

Kolbengeschwindigkeit	Stoßwellengeschwindigkeit bei
	1320 $\Gamma$   880 $\Gamma$   440 $\Gamma$
$5,8 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}$	$1,2 \cdot 10^7 \quad 8,6 \cdot 10^6 \quad 7 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}$

Die kritische Geschwindigkeit  $c^*$  kann nur geschätzt werden, da in die ALFVÉN-Geschwindigkeit die unbekannte Anfangsdichte der Ladungsträger eingeht und damit der Ionisierungsgrad. Eine obere Grenze für die Ionisierungsgrade ist durch die Energie gegeben, die bei der Vorionisierung ins Plasma geht. Eine untere Grenze liefert die ALFVÉN-Geschwindigkeit, bei der bei gegebenem Stabilisierungsfeld Stoßwellen verschwinden müssen. Aus dieser Abschätzung ergab sich ein Ionisierungsgrad zwischen 40 und 50%. Da nur die Wurzel der Ladungsträgerdichte in die ALFVÉN-Geschwindigkeit eingeht, ergeben sich trotz Unkenntnis des genauen Wertes von  $\varrho$  hinreichend glaubwürdige Werte für die kritische Geschwindigkeit  $c^*$ :

$$c^* = \frac{1320 \Gamma}{4,1 \cdot 10^6} \quad \frac{880 \Gamma}{2,7 \cdot 10^6} \quad \frac{440 \Gamma}{1,8 \cdot 10^6} \quad \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

Die Schallgeschwindigkeit mußte nur bei  $B_{z0} = 440 \Gamma$  berücksichtigt werden. Für sie wurde eine Anfangstemperatur von 1 eV angenommen. Die MACH-Zahlen für die einzelnen Felder waren:

$$M^* = \frac{1320 \Gamma}{1,4} \quad \frac{880 \Gamma}{2,1} \quad \frac{440 \Gamma}{3,2}$$

Bei  $1320 \Gamma$  Stabilisierungsfeld traten demnach relativ schwache Stoßwellen auf, während erst bei  $440 \Gamma$  der sogenannte starke Stoß annähernd erreicht wird. Aus der Abb. 8 ergab sich, daß gerade die schwächste Stoßwelle am schnellsten läuft und die Stoßwellengeschwindigkeit dann mit zunehmender Stärke des Stoßes abnimmt. Das ist durchaus in Einklang mit der ebenen Theorie. Beim starken Stoß ist die Stoßwellengeschwindigkeit der Kompressionsgeschwindigkeit proportional. Wenn bei gleichbleibender Kompressionsgeschwindigkeit die kritische Geschwindigkeit zunimmt und in die Größenordnung der Kompressionsgeschwindigkeit kommt, dann hängt die Stoßwellengeschwindigkeit zusätzlich von der ALFVÉN-Geschwindigkeit ab, und zwar in dem Sinne, daß mit zunehmender ALFVÉN-Geschwindigkeit auch die Stoßwellengeschwindigkeit steigt.

Ein Vergleich mit der ebenen Geometrie liefert folgende Werte:

$B_{z0}$	1320 $\Gamma$	880 $\Gamma$	440 $\Gamma$
$v_s$ gemessen	$1,2 \cdot 10^7$	$8,6 \cdot 10^6$	$7 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}$
$v_s$ nach ebenem Modell berechnet	$1,0 \cdot 10^7$	$9,4 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}$

Die Stoßwellengeschwindigkeiten wurden aus den Lösungen der erweiterten HUGONIOT-Gleichungen mit Hilfe der abgeschätzten kritischen Geschwindigkeiten und der Abb. 8 entnommenen Kolbengeschwindigkeiten berechnet. Eine bessere Übereinstimmung kann nicht erwartet werden, da die Messungen an einer zylindersymmetrischen Entladung gemacht wurden, die Abschätzung aber nach dem ebenen stationären Modell vorgenommen wurde. Es soll nur gezeigt werden, daß die Ergebnisse qualitativ richtig liegen.

## Diskussion

Die Betrachtungen, die mit Hilfe der HUGONIOT-Gleichungen angestellt wurden, waren nützlich, um die Bedingungen festzulegen, unter denen sich Stoßwellen erzeugen lassen. Zu einer Abschätzung des Druckes oder der Temperatur in der Entladung sind sie nicht brauchbar. Die beschriebenen Meßergebnisse konnten aber mit den Lösungen einer hydro-magnetischen Theorie von HAIN und ROBERTS verglichen werden, die gestattet, zylindersymmetrische Probleme unter Berücksichtigung der elektrischen Leitfähigkeit, der Wärmeleitung und einer Art Viskosität zu behandeln<sup>9</sup>. Dieses System von Differentialgleichungen wurde mit den Randbedingungen der hier beschriebenen Stoßbatterie und den Anfangsbedingungen  $n_0 = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  und  $B_{z0} = 1320 \Gamma$  bzw.  $880 \Gamma$  gelöst. Der Vergleich der dabei errechneten mit den gemessenen Feldern wurde kürzlich in dieser Zeitschrift<sup>9</sup> im Zusammenhang mit der Beschreibung des Ansatzes und des Lösungsverfahrens von HAIN und ROBERTS gezeigt. Auf diese Kurven soll deshalb hier verzichtet werden. Es sei daran erinnert, daß die Lösungen den Feldverlauf bei der Entladung quantitativ richtig wiedergaben. Deshalb kann mit gutem Grund angenommen werden, daß auch die übrigen gerechneten Größen, wie Dichte, Ionen- und Elektronentemperatur und Materiege-

<sup>9</sup> K. u. G. HAIN, K. u. S. ROBERTS u. W. KÖPPENDÖRFER, Z. Naturforschg. **15a**, 1039 [1960].

schwindigkeit den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen. Die Kompression durch die Stoßwelle läßt sich auf Grund dieser Ergebnisse so beschreiben:

Der axiale Strom baut sich zu Beginn der Entladung in einer hohlzylindrischen Schicht am Rande des Entladungsgefäßes auf. Diese hohlzylindrische Schicht wird rasch durch den magnetischen Druck des azimutalen Feldes nach innen getrieben. Der Strom in dieser Schicht wächst rasch an. Die OHM-sche Heizung sorgt dabei für ein schnelles Anwachsen der Elektronentemperatur, die etwa in diesem Bereich um einen Faktor zwei über der Ionentemperatur liegt. Die Ionen gewinnen hier nur durch Relaxation von den Elektronen an Energie. Die Dicke dieser Schicht beträgt zu Beginn der Entladung etwa 1 cm und wächst mit fortschreitender Entladung auf etwa 2 cm an. Einige Zehntel Mikrosekunden nach Einsatz der Entladung löst sich vom inneren Rand dieser Schicht eine Stoßwelle ab, die rasch nach innen läuft. In der Stoßfront sind Ionen- und Elektronentemperatur während der Kompression etwa einander gleich. Die Ionen werden durch die Stöße aufgeheizt, während die Elektronen durch den azimutalen Strom, der mit dem  $B_z$ -Feldgradienten in der Stoßfront verbunden ist, an Energie gewinnen. Die Temperatur in der Stoßfront liegt anfangs immer unter der Elektronentemperatur der axialen Stromschicht. Erst wenn die Stoßwelle die Achse erreicht, übertrifft die Ionen- die Elektronentemperatur. Die höchsten Werte werden bei der maximalen Kompression in der Achse erreicht. Hier wurde bei  $1320 \Gamma$  Stabilisierungsfeld eine Ionentemperatur von etwa  $3 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$  und bei  $880 \Gamma$  eine von  $6 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$  errechnet. Die doppelt so hohe Ionentemperatur bei  $B_{z0} =$

$880 \Gamma$  gegenüber  $B_{z0} = 1320 \Gamma$  liegt einerseits am stärkeren Stoß, andererseits am niedrigeren  $B_{z0}$ -Feld. Dadurch läßt sich ein höheres Kompressionsverhältnis erreichen.

Die Dicke der Stoßfront, die sich mit fortschreitender Kompression aufsteilt, liegt etwa bei 1 bis 2 cm. Für eine Temperatur von  $10^5 \text{ }^\circ\text{K}$  und eine Dichte von  $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , wie sie in der Stoßfront erreicht wurden, beträgt nach SPITZER<sup>10</sup> die freie Weglänge für  $D^+$ -Ionen etwa 0,2 cm. Demnach entspricht die Stoßfrontdicke größtenteils der 5- bis 10-fachen freien Weglänge. Zu Beginn der Entladung ist die freie Weglänge wegen der erheblich niederen Temperatur, trotz kleinerer Dichte, etwa 0,1 – 0,2 cm. Dagegen erscheint es durchaus möglich, daß bei Entladungen in Neutralgas bei gleicher Anfangsdichte, wie bei Entladungen mit Vorionisierung, gar keine Stoßwellen auftreten. Wegen des kleineren Wirkungsquerschnittes der neutralen  $D_2$ -Moleküle erreicht nämlich die Dicke der Stoßfront Werte, die dem Durchmesser des Entladungszyinders entsprechen. Da außerdem die Leitfähigkeit innerhalb der stromführenden Schicht geringer ist, zeigt sich im Magnetfeld eine adiabatische Kompression.

An dieser Stelle möchte ich Herrn Professor MAIER-LEIBNITZ für die freundliche Aufnahme in sein Institut danken. Herrn Professor FÜNFER bin ich für zahlreiche Anregungen und Diskussionen zu Dank verpflichtet. Herrn und Frau HAIN und Herrn und Frau ROBERTS, sowie den Herren der Rechenabteilung im Aldermaston danke ich für die Durchrechnung meiner Probleme.

<sup>10</sup> L. SPITZER, Theory of Fully Ionized Gases, Interscience Publishers, New York 1956, S. 83.